

MATEMATICA DISCRETA

DOCENTE: C. DELIZIA

Primo appello — 1 febbraio 2017

---

**IMPORTANTE:** indicare l'esame che si intende sostenere e svolgere **solo** gli esercizi corrispondenti (eventuali altri esercizi **non saranno considerati**).

- Matematica Discreta (9 cfu) — Esercizi: **tutti**
- Matematica Discreta e Logica Matematica (12 cfu) — Esercizi: **tutti**
- Matematica Discreta (6 cfu) — Esercizi: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8**
- Integrazione di esami già sostenuti — **Chiedere al docente**

---

**Esercizio 1.** Siano  $A$  l'insieme dei divisori di  $-36$ ,  $B$  l'insieme dei divisori di  $70$ . Elencandone gli elementi, si descrivano i seguenti insiemi:

- $A =$

- $B =$

- $A \setminus B =$

- $A \cup B =$



**Esercizio 3.** Si stabilisca se la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{Z}_6)$$

è invertibile, e in caso affermativo se ne determini l'inversa.

**Esercizio 4.** Si determinino tutte le soluzioni intere del seguente sistema:

$$\begin{cases} 18x \equiv 15 \pmod{21} \\ 6x \equiv 7 \pmod{11} \\ 3x \equiv 6 \pmod{8} \\ |x| \leq 600 \end{cases}$$

**Esercizio 5.** Nell'insieme  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  si determinino tutte le relazioni di equivalenza  $\mathcal{R}$  che soddisfano le seguenti condizioni:

- $|A/\mathcal{R}| = 3$
- $|[1]_{\mathcal{R}}| = 4$
- $[5]_{\mathcal{R}} \neq [6]_{\mathcal{R}}$
- $2 \mathcal{R} 3$
- $1 \mathcal{R} 7$ .

**Esercizio 6.** Descrivendo il procedimento utilizzato per fornire la risposta, si stabilisca quanti sono i numeri naturali positivi che hanno rappresentazione in base 7 costituita da cinque cifre tra cui due 0 e tre 1.

**Esercizio 7.** Sia  $A = \{2, 4, 8, 9, 16, 18, 32, 36, 48\}$ , e si consideri l'insieme ordinato  $(A, |)$ , dove  $|$  denota la relazione del *divide* tra numeri naturali.

- Si disegni il diagramma di Hasse di  $(A, |)$ .

- Motivando la risposta, si stabilisca se  $(A, |)$  è ben ordinato.

- Si determinino tutti gli elementi minimali e massimali di  $(A, |)$ , e gli eventuali minimo e massimo.

**Esercizio 8.** Si consideri il monoide  $(\mathbb{Z}_{10}, \cdot)$ .

- Si determini il gruppo  $(U, \cdot)$  degli elementi invertibili del monoide  $(\mathbb{Z}_{10}, \cdot)$ .

- Si compili la tabella moltiplicativa di  $(U, \cdot)$ .

- Si determini un sottogruppo di ordine 2 di  $(U, \cdot)$ .



**Esercizio 9.** Motivando la risposta, si stabilisca se la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$$

è diagonalizzabile.

**Esercizio 10.** Si determinino tutte le soluzioni del seguente sistema lineare su  $\mathbb{Z}_5$  nelle incognite  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $t$ , esprimendo i risultati con numeri interi non negativi minori di 5:

$$\begin{cases} 2x + y + 3z + t = 3 \\ 2x + 4z + 2t = 0 \\ 2y + 3z + t = 1 \end{cases}$$



**Esercizio 12.** Si stabilisca se i tre vettori

$$v_1 = (1, 2, 0), \quad v_2 = (2, 1, 2), \quad v_3 = (2, 1, 1)$$

formano una base di  $(\mathbb{Z}_3)^3$ . In caso contrario si esprima uno di essi come combinazione lineare degli altri due.