

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

## MATEMATICA DISCRETA

DOCENTE: C. DELIZIA

**Primo appello — 22 gennaio 2015**

---

**IMPORTANTE:** indicare l'esame che si intende sostenere e svolgere **solo** gli esercizi corrispondenti (eventuali altri esercizi **non saranno considerati**).

- Matematica Discreta (9 cfu) — Esercizi: **tutti**
- Matematica Discreta e Logica Matematica (12 cfu) — Esercizi: **tutti**
- Matematica Discreta (6 cfu) — Esercizi: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8**
- Integrazione di esami già sostenuti — **Chiedere al docente**

---

**Esercizio 1.** Utilizzando il principio di induzione si dimostri che per ogni numero naturale  $n > 6$  risulta

$$2^n > n^2 + 4n + 5.$$

**Esercizio 2.** Si consideri l'applicazione  $f : \mathbb{N}_0 \mapsto \mathbb{N}$  definita ponendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & \text{se } x \text{ è pari} \\ \frac{x+1}{2} & \text{se } x \text{ è dispari.} \end{cases}$$

- Motivando la risposta, si stabilisca se  $f$  è iniettiva.

- Motivando la risposta, si stabilisca se  $f$  è suriettiva.

- Si determini la controimmagine  $f^{-1}(\mathbb{N}_d)$ .

**Esercizio 3.** Si determini il rango della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in M_{4,5}(\mathbb{Z}_3).$$

**Esercizio 4.** Si determini la massima soluzione negativa dell'equazione congruenziale

$$663x \equiv 33 \pmod{2112}.$$



**Esercizio 6.** Descrivendo il procedimento utilizzato per fornire la risposta, si calcoli quanti sono i numeri naturali positivi  $\leq 200$  divisibili per almeno uno tra 4 e 6, ma non per 8.





**Esercizio 9.** Si determini, se esiste, una matrice  $A \in M_3(\mathbb{Z}_5)$  che abbia autovalori 0, 1 e 2, e corrispondenti autovettori  $(0, 1, 3)$ ,  $(1, 1, 1)$  e  $(0, 0, 2)$ .

**Esercizio 10.** Si determinino tutte le soluzioni del seguente sistema lineare su  $\mathbb{Q}$ :

$$\begin{cases} x + y + 4t = 1 \\ x + 2y - z + 2t = 0 \\ y + 3t = 2 \end{cases}$$



