

MATEMATICA DISCRETA

DOCENTE: C. DELIZIA

Secondo appello — 16 febbraio 2016

IMPORTANTE: indicare l'esame che si intende sostenere e svolgere **solo** gli esercizi corrispondenti (eventuali altri esercizi **non saranno considerati**).

- Matematica Discreta (9 cfu) — Esercizi: **tutti**
- Matematica Discreta e Logica Matematica (12 cfu) — Esercizi: **tutti**
- Matematica Discreta (6 cfu) — Esercizi: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8**
- Integrazione di esami già sostenuti — **Chiedere al docente**

Esercizio 1. Utilizzando il principio di induzione si dimostri che per ogni $n > 0$ risulta

$$\sum_{k=1}^n (3k - 2) = \frac{3n^2 - n}{2}.$$

Esercizio 3. Si stabilisca se la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{Z}_7)$$

è invertibile, e in caso affermativo se ne determini l'inversa.

Esercizio 4. Si determinino tutte le soluzioni intere del seguente sistema:

$$\begin{cases} 14x \equiv 16 \pmod{18} \\ 8x \equiv 6 \pmod{10} \\ 9x \equiv 10 \pmod{11} \\ |x| \leq 1500 \end{cases}$$

Esercizio 5. Nell'insieme $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ si determinino tutte le relazioni di equivalenza \mathcal{R} tali che

$$1 \mathcal{R} 2, \quad 4 \mathcal{R} 5, \quad [1]_{\mathcal{R}} \neq [3]_{\mathcal{R}}.$$

Esercizio 7. Sia $A = \{1, 2, 4, 5, 8, 16, 20, 40, 80\}$, e si consideri l'insieme ordinato $(A, |)$, dove $|$ denota la relazione del *divide* tra numeri naturali.

- Si disegni il diagramma di Hasse di $(A, |)$.

- Motivando la risposta, si stabilisca se $(A, |)$ è totalmente ordinato.

- Motivando la risposta, si stabilisca se $(A, |)$ è un reticolo.

Esercizio 9. Motivando la risposta, si stabilisca se la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$$

è diagonalizzabile.

Esercizio 10. Si determinino tutte le soluzioni del seguente sistema lineare su \mathbb{Z}_5 , esprimendo i risultati con numeri interi non negativi minori di 5:

$$\begin{cases} 2x + y + 4z + t = 0 \\ 3y + 2t = 1 \\ x + 3z = 2 \end{cases}$$

Esercizio 12. Si stabilisca se i tre vettori

$$v_1 = (1, 3, 0), \quad v_2 = (2, 4, 2), \quad v_3 = (3, 3, 1)$$

formano una base di $(\mathbb{Z}_5)^3$. In caso contrario si esprima uno di essi come combinazione lineare degli altri due.