

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

MATEMATICA DISCRETA E LOGICA MATEMATICA

DOCENTI: C. DELIZIA, M. TOTA

Terzo Appello — 26 giugno 2013

IMPORTANTE: indicare l'esame che si intende sostenere e svolgere **solo** gli esercizi corrispondenti (eventuali altri esercizi **non saranno considerati**).

- Matematica Discreta e Logica Matematica (12 cfu) — Esercizi: **tutti**
 - Matematica Discreta (6 cfu) — Esercizi: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8**
 - Logica Matematica (3 cfu) — Esercizi: **solo il numero 12**
 - Vecchio ordinamento o integrazione di esami già sostenuti — **Chiedere al docente**
-

Esercizio 1. Elencandone esplicitamente gli elementi, si dia un esempio di insiemi A , B e C in modo che siano verificate tutte le seguenti condizioni:

- $|A \cup B \cup C| = 8$
- $|A \cap B| = 3$
- $|B \cap C| = 4$
- $|A \cap C| = 5$
- $|A \cap B \cap C| = 2$.

Esercizio 2. Si determini un'applicazione $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ che verifichi tutte le seguenti condizioni:

- f iniettiva;
- f non suriettiva;
- $f(\mathbb{N}) = \mathbb{N}_0$.

Esercizio 3. Si determini il rango della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_3).$$

Esercizio 4. Sia $A = \{a, b, c, d\}$ un insieme di ordine 4. Motivando la risposta, si stabilisca quante sono le relazioni di equivalenza \mathcal{R} in A verificanti la condizione $a\mathcal{R}b$.

Esercizio 5. Utilizzando l'algoritmo euclideo delle divisioni successive, si determini il massimo comune divisore positivo d dei numeri interi $a = -252$ e $b = 322$, e si individuino due interi α e β tali che $d = \alpha a + \beta b$.

Esercizio 6. Si consideri il gruppo $U(\mathbb{Z}_9)$ degli elementi invertibili del monoide (\mathbb{Z}_9, \cdot) .

- Si elenchino tutti gli elementi di $U(\mathbb{Z}_9)$.

- Si determini un sottogruppo di $U(\mathbb{Z}_9)$ di ordine 3.

- Motivando la risposta, si stabilisca se $U(\mathbb{Z}_9)$ è una parte stabile di $(\mathbb{Z}_9, +)$.

Esercizio 7. Quanti sono i possibili anagrammi, non necessariamente di senso compiuto, della parola CIOCCOLATTINO ?

Esercizio 8. Si consideri il sottoinsieme $A = \{1, 5, 6, 10, 12, 20, 30, 60\}$ di \mathbb{N} .

- Si disegni il diagramma di Hasse del reticolo $(A, |)$, dove $|$ denota l'ordine indotto su A dalla relazione del *divide* tra numeri naturali.

- Motivando la risposta, si stabilisca se il reticolo $(A, |)$ è distributivo.

- Motivando la risposta, si stabilisca se $(A, |)$ è un sottoreticolo di $(\mathbb{N}, |)$.

Esercizio 9. Si risolva il seguente sistema lineare su \mathbb{Z}_7 , esprimendo i risultati con numeri interi non negativi minori di 7:

$$\begin{cases} 5x + 2y + z = 0 \\ 3y + 2z = 6 \\ 2x + y + 4z = 1 \end{cases}$$

Esercizio 11. Nello spazio affine tridimensionale siano dati i punti

$$A = (0, 1, 2), \quad B = (-1, 0, 3).$$

- Si scrivano le equazioni parametriche della retta r per i punti A e B .

- Si consideri la retta r' di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 2t' \\ z = 1 + 3t' \end{cases}$$

con $t' \in \mathbb{R}$ e si verifichi se le rette r e r' sono parallele, incidenti o sghembe.

Esercizio 12.

- Si consideri la formula ben formata

$$P = (A \rightarrow B \wedge \neg A) \vee \neg B.$$

Si scriva la tavola di verità di P .

Si scriva una formula equivalente a P usando solo i connettivi \neg e \wedge .

- Si determinino due differenti formule ben formate equivalenti a Q :

A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1