

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

MATEMATICA DISCRETA E LOGICA MATEMATICA

DOCENTI: C. DELIZIA, M. TOTA

Quarto Appello — 17 luglio 2012

IMPORTANTE: indicare l'esame che si intende sostenere e svolgere **solo** gli esercizi corrispondenti (eventuali altri esercizi **non saranno considerati**).

- Matematica Discreta e Logica Matematica (12 cfu) — Esercizi: **tutti**
 - Matematica Discreta (6 cfu) — Esercizi: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8**
 - Logica Matematica (3 cfu) — Esercizi: **solo il numero 12**
 - Vecchio ordinamento o integrazione di esami già sostenuti — **Chiedere al docente**
-

Esercizio 1. Utilizzando il principio di induzione, si dimostri che per ogni $t > 5$ risulta $2^t > 10t$.

Esercizio 2.

- Si esibisca un esempio di applicazione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ iniettiva ma non suriettiva.

- Si esibisca un esempio di applicazione $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ suriettiva ma non iniettiva.

Esercizio 3. Si determini il rango della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \in M_{5,3}(\mathbb{Z}_7).$$

Esercizio 4. Nell'insieme \mathbb{N} dei numeri naturali si definisca una relazione di equivalenza tale che tutte le classi di equivalenza abbiano ordine 3.

Esercizio 5. Si scriva la rappresentazione in base 7 del numero $(24680)_9$.

Esercizio 6. Si considerino l'insieme \mathbb{Z} dei numeri interi e l'operazione interna \star definita ponendo

$$a \star b = (a + 1)(b + 1).$$

- Si stabilisca se l'operazione \star è commutativa.
- Si stabilisca se l'operazione \star è associativa.
- Si determini l'eventuale elemento neutro della struttura algebrica (\mathbb{Z}, \star) .
- Si stabilisca se il sottoinsieme $\{-2, -1, 0\}$ è una parte stabile di (\mathbb{Z}, \star) .

Esercizio 7. Descrivendo il procedimento utilizzato, si stabilisca quanti sono i numeri naturali positivi minori di 500 che siano divisibili per almeno uno tra 2, 3 e 5.

Esercizio 8. Si consideri l'insieme $A = \{x, y\}$ con $x \neq y$. Motivando la risposta, si stabilisca quali sono tutte le differenti relazioni d'ordine che è possibile definire nell'insieme A .

Esercizio 12.

- Si consideri la formula ben formata

$$P = \neg A \rightarrow B \wedge A \vee \neg B.$$

Si scriva la tavola di verità di P e si stabilisca, giustificando la risposta, se P è una tautologia.

- Si scriva una formula equivalente a P usando solo i connettivi \neg e \wedge .
- Giustificando la risposta, si stabilisca se la formula ben formata $((A \rightarrow \neg B \vee C \wedge D) \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg C \vee C$ è equivalente a P .
- Si scriva una formula in forma normale congiuntiva equivalente a $A \rightarrow B$ e una in forma normale disgiuntiva equivalente a $A \vee \neg A$.