

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

MATEMATICA DISCRETA E LOGICA MATEMATICA

DOCENTI: C. DELIZIA, M. TOTA

Sesto Appello — 15 settembre 2011

IMPORTANTE: indicare l'esame che si intende sostenere e svolgere **solo** gli esercizi corrispondenti (eventuali altri esercizi **non saranno considerati**).

- Matematica Discreta e Logica Matematica (12 cfu) — Esercizi: **tutti**
 - Matematica Discreta (6 cfu) — Esercizi: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8**
 - Logica Matematica (3 cfu) — Esercizi: **solo il numero 12**
 - Vecchio ordinamento o integrazione di esami già sostenuti — **Chiedere al docente**
-

Esercizio 1. Si consideri l'insieme

$$A = \{\emptyset, \{a\}, b\}.$$

Quanti e quali sono gli elementi dell'insieme $\mathcal{P}(A)$ delle parti di A ?

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione

$$f : x \in \mathbb{Z} \mapsto \frac{2x - 3}{5} \in \mathbb{Q}$$

- Motivando la risposta, si stabilisca se f è iniettiva.
- Motivando la risposta, si stabilisca se f è suriettiva.
- Si determini la controimmagine $f^{-1}(\{0, 1\})$.
- Si determini la controimmagine $f^{-1}(\mathbb{Z})$.
- Considerata l'applicazione $g : y \in \mathbb{Q} \mapsto 10y \in \mathbb{Q}$, si determini l'applicazione composta $g \circ f$.
- Motivando la risposta, si stabilisca se $g \circ f$ è iniettiva.

Esercizio 3. Si determini il rango della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{Z}_5).$$

Esercizio 4. Si determinino tutte le soluzioni intere dell'equazione congruenziale

$$119x \equiv 78 \pmod{153}.$$

Esercizio 5. Nell'insieme $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ dei numeri naturali compresi tra 1 e 10 si consideri la relazione \mathcal{R} definita in A ponendo

$$a \mathcal{R} b \iff a + 3b \text{ è pari.}$$

- Si dimostri che \mathcal{R} è una relazione di equivalenza in A .

- Si determini la partizione di A individuata da \mathcal{R} .

Esercizio 6. Descrivendo il procedimento utilizzato, si stabilisca quanti sono i numeri interi positivi minori di 301 e divisibili per 5 o per 6, ma non per 10.

Esercizio 9. Si determini una matrice $A \in M_2(\mathbb{Z}_3)$ avente autovalori $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = 2$, e relativi autovettori $v_1 = (1, 0)$ e $v_2 = (2, 2)$.

Esercizio 10. Si consideri lo spazio vettoriale reale \mathbb{R}^4 .

- Si dimostri che il sottoinsieme $V = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 : a = 0, b + c = -d\}$ è un sottospazio di \mathbb{R}^4 .

- Si determinino la dimensione di V e una sua base.

Esercizio 11. Nello spazio affine bidimensionale siano assegnati i punti

$$A = (2, 2), \quad B = (1, 0), \quad C = (-1, -1), \quad D = (1, 1).$$

- Si determinino le equazioni parametriche della retta r passante per i punti A e B e della retta s passante per i punti C e D .

- Si stabilisca se r e s sono parallele o incidenti e, in quest'ultimo caso, si determinino le coordinate del punto d'intersezione.

Esercizio 12.

- Si consideri la formula ben formata

$$P = A \wedge B \vee (A \rightarrow \neg B).$$

Si scriva la tavola di verità di P e si stabilisca, giustificando la risposta, se P è soddisfacibile.

Si scriva una formula equivalente a P usando solo i connettivi \neg e \vee .

- Si determini una formula in forma normale disgiuntiva equivalente a:

$$Q = A \rightarrow B \wedge C.$$