

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

MATEMATICA DISCRETA E LOGICA MATEMATICA

DOCENTI: C. DELIZIA, M. TOTA

Quinto Appello — 18 settembre 2012

IMPORTANTE: indicare l'esame che si intende sostenere e svolgere **solo** gli esercizi corrispondenti (eventuali altri esercizi **non saranno considerati**).

- Matematica Discreta e Logica Matematica (12 cfu) — Esercizi: **tutti**
 - Matematica Discreta (6 cfu) — Esercizi: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8**
 - Logica Matematica (3 cfu) — Esercizi: **solo il numero 12**
 - Vecchio ordinamento o integrazione di esami già sostenuti — **Chiedere al docente**
-

Esercizio 1. Con A , B e C insiemi arbitrari, si dimostri che se si ha simultaneamente $A \cup B = A \cup C$ e $A \cap B = A \cap C$ allora risulta $B = C$.

Esercizio 2. Siano $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow C$ applicazioni. Si dimostri che se $g \circ f$ è iniettiva allora f è iniettiva.

Esercizio 5. Si determinino tutte le soluzioni dell'equazione congruenziale $45x \equiv 72 \pmod{120}$.

Esercizio 6. Si considerino l'insieme \mathbb{Z} dei numeri interi e l'operazione interna \star definita ponendo

$$a \star b = a^2 b.$$

- Si stabilisca se l'operazione \star è commutativa.
- Si stabilisca se l'operazione \star è associativa.
- Si determini l'eventuale elemento neutro della struttura algebrica (\mathbb{Z}, \star) .
- Si stabilisca se il sottoinsieme $\{-1, 0, 1\}$ è una parte stabile di (\mathbb{Z}, \star) .

Esercizio 7. Le attuali targhe automobilistiche italiane sono costituite da una combinazione di 4 lettere (scelte da un alfabeto di 22 lettere, con alcune eccezioni che qui trascuriamo) e 3 cifre (da 0 a 9). Esse hanno la forma $[* * \# \# \# * *]$, dove ogni simbolo $*$ rappresenta una lettera e ogni simbolo $\#$ rappresenta una cifra.

- Quante targhe sarà possibile assegnare con la suddetta numerazione?
- Quante sono le possibili targhe con lettere e cifre tutte diverse tra loro?
- Sono in numero maggiore le targhe in cui si ripete almeno una lettera o quelle in cui si ripete almeno una cifra?

Esercizio 8. Sia $A = \{a, b, c\}$ un insieme di ordine 3. Si stabilisca quante sono le possibili relazioni d'ordine \leq in A verificanti la condizione $a < b$, e si disegni il diagramma di Hasse di ciascuna di esse.

Esercizio 9. Utilizzando il metodo di Gauss-Jordan, si risolva il seguente sistema di equazioni lineari a coefficienti in \mathbb{Z}_7 , esprimendo i risultati con numeri interi non negativi minori di 7:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ x + 6z = 2 \\ x - y - 3z = -1. \end{cases}$$

Esercizio 12.

- Si scriva la tavola di verità della formula ben formata

$$P = \neg A \wedge \neg B \rightarrow A \vee B.$$

- Si scriva una formula equivalente a P usando solo i connettivi \neg e \wedge .

- Si determini una formula in forma normale congiuntiva equivalente a P .

- Indicando con una crocetta la risposta scelta, si determini il valore di verità di ciascuna delle seguenti proposizioni:

P_1 : se 5 è invertibile in \mathbb{Z}_{10} allora Procida è più grande di Ischia;

VERO FALSO

P_2 : se $(\mathbb{N}, |)$ è un insieme ordinato allora 1 non è primo;

VERO FALSO

P_3 : se $(\mathbb{Z}, +)$ è un gruppo allora Creta è un'isola della Grecia;

VERO FALSO

P_4 : se, nel piano affine, due rette non parallele sono incidenti allora è possibile calcolare il determinante di una matrice 5×4 su \mathbb{Q} .

VERO FALSO