





**Esercizio 5.** Si determinino tutte le soluzioni intere del seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} 5x \equiv 2 \pmod{3} \\ 6x \equiv 8 \pmod{14} \\ 3x \equiv 7 \pmod{8} \\ |x| \leq 250. \end{cases}$$

**Esercizio 6.** Si considerino l'insieme  $\mathbb{Z}$  dei numeri interi e l'operazione interna  $\star$  definita ponendo

$$a \star b = ab(a + b).$$

- Si stabilisca se l'operazione  $\star$  è commutativa.
- Si stabilisca se l'operazione  $\star$  è associativa.
- Si determini l'eventuale elemento neutro della struttura algebrica  $(\mathbb{Z}, \star)$ .
- Si stabilisca se il sottoinsieme  $\{-1, 0, 1\}$  è una parte stabile di  $(\mathbb{Z}, \star)$ .

**Esercizio 7.** Descrivendo il procedimento utilizzato, si determini quanti sono i numeri naturali **dispari** che ammettono in base 6 una rappresentazione costituita da sei cifre, delle quali esattamente tre sono 0.

**Esercizio 8.** Sia  $A = \{a, b, c, d\}$  un insieme di ordine 4. Si disegni il diagramma di Hasse di ciascuna delle possibili relazioni d'ordine  $\leq$  in  $A$  verificanti tutte le seguenti condizioni:

- $a < b$ ;
- $c < d$ ;
- $a$  e  $c$  non sono confrontabili;
- $b$  e  $d$  non sono confrontabili.

**Esercizio 9.** Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Q}).$$

- Si determinino tutti gli autovalori e i relativi autovettori di  $A$  su  $\mathbb{Q}$ .

- Si spieghi perché  $A$  è diagonalizzabile su  $\mathbb{Q}$ .

- Si determinino una matrice invertibile  $C$  e una matrice diagonale  $D$  tali che  $D = C^{-1}AC$ .



**Esercizio 11.** Nello spazio affine tridimensionale siano assegnati i punti

$$A = (0, 1, 1), \quad B = (-1, 1, 2), \quad C = (1, 0, 1), \quad D = (1, 0, 2).$$

- Si determini l'equazione parametrica della retta  $r$  passante per i punti  $A$  e  $B$  e della retta  $s$  passante per i punti  $C$  e  $D$ .

- Si determini l'equazione cartesiana delle rette  $r$  ed  $s$ .

- Si stabilisca se  $r$  e  $s$  sono parallele, incidenti o sghembe.

**Esercizio 12.**

- Si scriva la tavola di verità della formula ben formata

$$P = (A \rightarrow \neg A \vee B) \wedge \neg B.$$

- Si scriva una formula equivalente a  $P$  usando solo i connettivi  $\neg$  e  $\vee$ .

- Si determini una formula in forma normale disgiuntiva equivalente a  $P$ .

- Si determini il valore di verità della seguente proposizione:

“se 5 è invertibile in  $\mathbb{Z}_{11}$  allora o 4 divide  $-2$  oppure  $-2$  divide 4”.