

MATEMATICA DISCRETA
GRUPPO 1
Prima prova itinere
14 novembre 2001

1. – Siano A, B e C insiemi. Dimostrare che $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.
2. – Dire se la corrispondenza $\{(x, y) \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{Z}, x = -2y\}$ è un'applicazione di \mathbb{N} in \mathbb{Z} , motivando la risposta.
3. – Sia $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ l'applicazione definita dalla posizione $f(n) = (n+5)/2, \forall n \in \mathbb{N}$.
Calcolare:
 - $f(\mathbb{N}_d) =$
 - $f^{-1}(\{7\}) =$
 - $f^{-1}(\{1, 2\}) =$
4. – Si considerino le applicazioni $f: n \in \mathbb{Z} \mapsto n-6 \in \mathbb{Z}$ e $g: x \in \mathbb{Z} \mapsto |x| \in \mathbb{N}$. Si studino f, g e $g \circ f$, e se ne determinino (se esistono) le inverse.
5. – Utilizzando l'algoritmo di Euclide, calcolare il massimo comun divisore positivo tra 220 e 308.
6. – Utilizzando il principio di induzione, dimostrare che per ogni intero positivo n si ha $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$.
7. – Quanti sono i numeri naturali di 6 cifre tutte dispari?
8. – Quanti sono i numeri naturali che hanno una rappresentazione in base 8 del tipo $(4 * * 7 *)_8$ con cifre tutte distinte?
9. – In quanti modi diversi è possibile mescolare un mazzo di 40 carte napoletane?
10. – Quante parole (non necessariamente di senso compiuto) si possono ottenere utilizzando tutte e sole le lettere della parola DETERMINANTE?
11. – Volendo giocare al lotto 11 numeri, quanti terni si possono comporre?
12. – $(5432)_{10} = (\quad)_6$
13. – $(101001000)_2 = (\quad)_{10}$
14. – Sia $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, e si consideri in A la relazione R definita ponendo $x R y \Leftrightarrow |x| = |y|$.
 - Si dimostri che R è una relazione di equivalenza in A .
 - $[1]_R =$
 - $[0]_R =$
 - Qual è la partizione di A determinata da R ?
15. – Si consideri la relazione \underline{R} su \mathbb{N} definita ponendo $x \underline{R} y$ se e solo se esiste almeno un primo p che divide sia x che y . Si dica se \underline{R} è una relazione di equivalenza, motivando la risposta.