

CAPITOLO 1

CENNI STORICI

1. Gli abachi: calcolare con sassi e palline	1
2. I bastoncini di Nepero	7
3. Un antico calcolatore analogico: riga+compasso	10
4. Oltre le quattro operazioni: equazioni di secondo grado	15
5. Teoremi limitativi per la macchina riga+compasso: altre macchine	17
6. Un potente calcolatore analogico: il regolo calcolatore	20
7. Pascal e Leibniz: filosofi fabbricano calcolatrici	24
8. Babbage, Ada Lovelace e la programmazione	27
9. Turing: la logica matematica per una teoria astratta dei calcolatori	29
10. L'architettura di Von Neumann	32

CAPITOLO 2

MACCHINE A MEMORIA FINITA: GLI AUTOMI

1. Macchine che ricordano: gli automi	37
2. Esempi	41
3. Automi: interpretazioni diverse	43
4. Cose che un automa non potrà mai fare	45
5. Automi isolati ed il tema dell'eterno ritorno	48
6. Riflessioni e divagazioni	50
7. Leibniz ed un mondo fatto di 0 ed 1	52
8. Reti sequenziali (macchine digitali)	58
9. La logica degli stoici per costruire automi	61
10. Il teorema di completezza funzionale	67
11. Porte logiche	68
12. Reti di porte logiche	72
13. Macchine digitali: registri + reti di porte logiche	77
14. Ricerche aperte: algebre funzionalmente complete per essere più veloci	81
15. Ricerche aperte: gruppo delle porte reversibili e calore	85

Lecture: R. Cartesio, <i>Gli animali sono macchine</i> (Dal <i>Discorso sul metodo</i>)	89
---	----

CAPITOLO 3

MACCHINE A MEMORIA INFINITA

1. La computabilità per i matematici: terne di Peano e ricorsione	93
2. Le funzioni primitive ricorsive	96
3. Linguaggi funzionali e codifiche	101
4. Funzioni ricorsive	103
5. Macchine che eseguono istruzioni: macchine astratte	107
6. Macchine a registri	112
7. Linguaggi evoluti: WHILE, FOR	116
8. La nozione di funzione computabile: tesi di Church	118
9. Codifica dei programmi e macchine universali.....	121
10. Estendere le definizioni ad insiemi codificabili	124
11. Turing: una definizione matematica di calcolatore	126

CAPITOLO 4

COSE CHE UN CALCOLATORE NON POTRA' MAI FARE

1. Problemi che un calcolatore può risolvere: la nozione di problema decidibile	131
2. Problemi che un calcolatore può risolvere a metà: la nozione di problema semi-decidibile	136
3. Forma logica di un problema, decidibilità e semi-decidibilità	144
4. Ridurre un problema ad un altro	148
5. Problemi che un calcolatore non potrà mai risolvere: il <i>Problema della fermata</i>	150
6. Il <i>Teorema di Rice</i> : non può esistere una macchina capace di controllare le altre macchine	156
7. Computabilità e decidibilità in teoria degli insiemi	160
8. Computabilità e decidibilità in analisi	163
9. Computabilità e decidibilità in algebra	167
10. Macchine che rispondono in tempi ragionevoli: teoria della complessità	169
Lecture: G. Gerla, <i>Destini Programmati</i>	173

CAPITOLO 5

CALCOLO DELLE IDEE: LINGUAGGIO E RISCRITTURA

1. Nuovo ruolo del linguaggio: calcolare con le parole	179
2. Dall'algebra retorica al calcolo letterale	180
3. Cartesio e Leibniz: inutile discutere, calcoliamo	183
4. Macchine che parlano correttamente: linguaggi formali ...	187
5. Macchine che parlano correttamente: le grammatiche	189
6. Estendere il tutto agli insiemi non numerici	194
7. Problemi matematici che nessun computer potrà mai risolvere	197
8. Calcoli con le relazioni binarie	199
9. Giochi, labirinti, solitari	203
10. I sistemi di riscrittura	206
11. Riscrittura come programmazione: (Mathematica)	209
12. Un esempio, la derivazione simbolica	213

Lecture: J. L. Borges, *La Biblioteca di Babele* 217

CAPITOLO 6

CALCOLO DELLE IDEE: MACCHINE CHE RAGIONANO

1. Stoici ed Aristotelici per l'Intelligenza Artificiale.....	225
2. I linguaggi della logica	229
3. Abbreviazioni ed esempi	235
4. Cosa è la verità: interpretare un linguaggio	238
5. Sistemi di riscrittura per la logica	245
6. Calcolare con gli insiemi: operatori e punti fissi	251
7. Operatori algebrici in algebra e geometria	255
8. La macchina di Hilbert per produrre teoremi	258
9. Limiti delle macchine che producono teoremi	264
10. La logica come linguaggio di programmazione	268
11. Calcolatori che elaborano teorie: la logica induttiva	271

Lecture: Th. Hobbes *Leviatano* I cap. V 275

Lecture: A. Turing, *Macchine Calcolatrici ed Intelligenza* ... 277

CAPITOLO 7

MACCHINE CHE APPRENDONO E SI EVOLVONO

1. Un neurone per fare calcoli	295
2. Un neurone non è sufficiente: le reti neurali	299
3. Reti neurali digitali	301
4. Macchine che riconoscono: il Perceptron	305
5. Macchine che apprendono dall'esperienza	309
6. Reti neurali che ricordano	310

CAPITOLO 8

MACCHINE CAPACI DI NON ESSERE PRECISE

1. Cosa sono e come riconoscere le nozioni vaghe	313
2. Insiemi fuzzy: modelli matematici per la vaghezza	315
3. Unione, intersezione ed altre operazioni	318
4. Paradossi: mucchi di grano, uomini calvi e girini	321
5. La soluzione di Russell e Frege: niente vaghezza	324
6. La soluzione della logica fuzzy	325
7. Macchine che utilizzano le conoscenze di un vecchio esperto	327
8. Ragionamenti approssimati per il controllo fuzzy	332
9. Logiche a più valori per andare più veloci	337
10. Macchine libere di scegliere	339

Lecture: L. Coen, A. Varzi, <i>Il circolo della vaghezza</i> , da <i>La Stampa</i> , 28 aprile 2001	343
--	-----

Indice analitico	349
-------------------------------	-----

Bibliografia	357
---------------------------	-----

INTRODUZIONE

Questo libro è una rielaborazione dei miei appunti del corso di teoria della computabilità. Il corso mira a definire una teoria astratta della computabilità ed ad affrontare la questione:

che cosa è un "algoritmo" ?

Questa domanda potrebbe non sembrare troppo interessante in quanto, come è noto, gli algoritmi sono la parte più noiosa della matematica. Infatti un algoritmo è, per definizione, una successione di operazioni da eseguire secondo delle regole fisse e quindi in esso non può entrare né fantasia né momenti di invenzione. Tuttavia un altro modo di interpretare tale domanda è collegarla agli oggetti di più avanzata e sorprendente tecnologia da cui siamo circondati: i calcolatori. Infatti definire e studiare la nozione di algoritmo equivale a definire e studiare che cosa può essere fatto da una macchina. Allora possiamo anche dire che scopo del libro è affrontare la questione, un po' più interessante,

che cosa è un calcolatore e che cosa può fare?

Tale domanda non viene posta per i calcolatori che possiamo trovare oggi in un negozio o in un laboratorio ma per tutti i possibili calcolatori che potranno essere costruiti dall'uomo.

Allora forse è meglio riformulare la domanda al modo seguente:

esistono cose che una macchina costruita dall'uomo non può e non potrà mai fare ?

Domanda che a sua volta si trascina appresso una serie di altre domande affascinanti come:

- *può una macchina avere memoria ?*
- *può una macchina apprendere dall'esperienza ?*
- *può una macchina fare ragionamenti ?*
- *può una macchina riconoscere gli oggetti che la circondano ?*
- *può una macchina essere intelligente ?*
- *la mente umana è una macchina ?*

Nel libro esistono molte lacune dovute alla mia pigrizia. Ad esempio manca un adeguato sviluppo della teoria della complessità e delle macchine probabilistiche. Mancano gli algoritmi genetici, quelli relativi alla "vita artificiale" e molte altre cose. Si rimanda per tali argomenti a libri più completi.