INDICE

Introduzione

CAPITOLO 1
LA MATEMATICA PRESSO I GRECI

CAPITOLO 2
CRISI DELLA GEOMETRIA EUCLIDEA

CAPITOLO 3
DEFINIRE I NUMERI

CAPITOLO 4
STRUMENTI DI CALCOLO

APPENDICE
NOZIONI BASE E VARIE

INTRODUZIONE

Questo è il primo di due volumetti che raccolgono i miei appunti per i corsi di Matematiche Complementari e che si propongono di introdurre il lettore alle problematiche relative ai fondamenti della matematica. Essi si occupano dei vari tentativi fatti da matematici e filosofi per fornire basi sicure alla matematica e per capirne i "principii primi" (ammesso che alla matematica si possa dare una base definitiva ed ammesso che per essa esistano principii primi). Poiché gli appunti sono scritti per studenti di un corso della laurea di Matematica, spesso si troveranno definizioni precise ed un po' pedanti e, principalmente, dimostrazioni di teoremi. Tuttavia credo che, almeno questo primo volume, possa essere letto da tutti poiché esiste l'antico diritto di chi legge di saltare pagine, dimostrazioni e parti noiose (attenzione ! i miei studenti sono esclusi da tale diritto).

Ovviamentemente si pone la questione:

esiste veramente l'esigenza di un tale tipo di riflessione sulla matematica ?

Dopotutto sembra non esistere niente di più semplice e sicuro di nozioni come quelle di numero, punto, retta. Purtroppo semplicità e sicurezza sono illusioni come mostrano i vari paradossi emersi nel corso dell'evoluzione della matematica. Il fatto è che siamo tanto abituati a manipolare i concetti matematici che tendiamo a confondere la familiarità che abbiamo acquisito con la conoscenza di tali concetti. Un po' avviene come per il nostro giornalaio o salumiere che pensiamo di conoscere solo perché sono venti anni che facciamo acquisti da loro (ma poi non sappiamo nemmeno dove abitano o se sono sposati o no). Proviamo però ad essere meno superficiali ed a porci domande del tipo:

- che cosa sono i numeri?
- che cosa è un punto, una retta?
- i numeri, i punti le rette sono invenzioni dell'uomo, di un dio oppure esistono in natura?
- che cosa è la matematica?
- i risultati della matematica sono sicuri? e, se sono sicuri, perché lo sono?
- esiste l'infinito di cui spesso parla la matematica ?
- perché la matematica, che non sembra avere a che fare con l'esperienza, è utile per le scienze empiriche e per le applicazioni ?

(ho detto meno superficiali !!! chi avesse letto troppo rapidamente deve tornare indietro e riflettere su ciascuna domanda fino a quando non abbia raggiunto uno stato di confusione abbastanza avanzato). Ci accorgiamo allora che tali questioni sono molto più problematiche di quanto appare a prima vista. Ad esse persone diverse hanno dato e danno risposte diverse. Questo fatto si esprime dicendo che:

<u>sono esistite ed esistono diverse *"filosofie"* della matematica.</u>

Il mio punto di vista, che credo sia quello della maggioranza dei matematici che si interessano a queste cose, è che non abbia molto senso la pretesa di "fondare" la matematica una volta per tutte ma che invece sia interessante "viaggiare" tra le diverse intuizioni e pratiche dei matematici per vederne i collegamenti logici, le potenzialità ed i limiti. E' questo forse l'unico modo per tentare di capire qualche cosa di più sulla natura della matematica.

I due volumi non sono libri di storia della matematica anche se a volte si accenna a qualche riferimento storico come collante del discorso. In essi sono poi evidenti alcune lacune. Ad esempio lo spazio dedicato alla trattazione dell'intuizionismo non corrisponde certo alla importanza ed all'originalità di questa filosofia della matematica. Questa mancanza deriva dalla mia pigrizia e non dal misconoscimento di questo argomento. Inoltre il ruolo della logica nelle questioni dei fondamenti richiederebbe da solo lo spazio di un paio di volumi.

Insomma, per un discorso più approfondito e più completo si rimanda a libri più "solidi".

Sa

P.S. : Il mio indirizzo è gerla@unisa.it e ricevo volentieri commenti, segnalazioni di errori o richieste di chiarimenti. L'indirizzo della mia homepage, dove può essere trovato un po' di materiale scientifico e didattico, è:
http://www.dipmat.unisa.it/people/gerla/www/