

PROGRAMMA DEL CORSO DI  
MATEMATICA DISCRETA E LOGICA MATEMATICA  
PROF. PATRIZIA LONGOBARDI E DOTT. CHIARA NICOTERA  
ANNO ACCADEMICO 2009/2010

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA APPLICATA

Insiemi, operazioni sugli insiemi (unione, intersezione, complemento, unione disgiunta, prodotto cartesiano), loro proprietà, insieme delle parti di un insieme, partizioni.

Corrispondenze e applicazioni. Immagini e controimmagini. Applicazioni suriettive, iniettive, biettive. Applicazioni composte. Inversa di un'applicazione biettiva.

Numeri naturali, principio d'induzione nelle due forme, divisibilità.

Rappresentazione dei numeri naturali in una qualunque base fissata.

Relazioni d'equivalenza, classi d'equivalenza, insieme quoziente. Teorema fondamentale. Relazione d'equivalenza associata ad un'applicazione.

Relazioni d'ordine, diagrammi di Hasse, sottoinsiemi di un insieme ordinato e ordine indotto, elementi minimali, massimali, minimo, massimo, minoranti, maggioranti, estremo superiore, estremo inferiore; insiemi totalmente ordinati, insiemi ben ordinati. Omomorfismi di insiemi ordinati. Reticoli, sottoreticoli, omomorfismi di reticoli. Reticolo delle parti di un insieme, reticolo degli interi. Il teorema fondamentale sui reticoli. Reticoli distributivi, limitati, complementati. Reticoli booleani.

Elementi di calcolo combinatorio: principio di inclusione-esclusione, principio di moltiplicazione, fattoriale di un numero naturale, disposizioni, disposizioni con ripetizioni, combinazioni, combinazioni con ripetizioni, permutazioni, permutazioni con ripetizioni, coefficienti binomiali, la formula del binomio.

L'insieme  $\mathbb{Z}$  dei numeri interi, divisibilità, massimo comun divisore e minimo comune multiplo. algoritmo euclideo delle divisioni successive, teorema di Bézout. Numeri primi. Teorema fondamentale dell'aritmetica, teorema di Euclide sull'esistenza di infiniti numeri primi. Congruenze in  $\mathbb{Z}$ . Aritmetica "modulo  $m$ ". Equazioni congruenziali lineari, teorema cinese del resto. Funzione d'Eulero. Qualche criterio di divisibilità. Crivello di Eratostene.

Strutture algebriche, prime definizioni ed esempi. Tavola di moltiplicazione di una struttura semplice finita. Parti stabili (o chiuse). Sottostrutture. Il gruppo degli elementi invertibili di un monoide. Relazioni d'equivalenza compatibili. Strutture quoziente. Omomorfismi. Esempi notevoli di semigrupperi, monoidi, gruppi, anelli, campi. Generalità sugli anelli, legge di annullamento del prodotto. Operazioni esterne.

Spazi vettoriali su un campo: definizione ed esempi; sottospazi; insiemi di vettori linearmente dipendenti, insiemi linearmente indipendenti; dipendenza lineare di un vettore da una parte e sistemi di generatori; basi e dimensione; applicazioni lineari, isomorfismi e spazi vettoriali isomorfi.

Il campo dei numeri razionali, il campo dei numeri reali, il campo dei numeri complessi.

Anelli booleani. Algebre di Boole. Teorema di Stone.

L'anello dei polinomi in una indeterminata. Polinomio derivato. Radici di un polinomio, radici multiple. Teorema di Ruffini.

Matrici, matrice di una corrispondenza, operazioni sulle matrici (somma, prodotto righe per colonne, prodotto per uno scalare). Matrice trasposta, matrici simmetriche. Matrici diagonali, matrici scalari, matrici triangolari, matrici a scala ed a scala ridotta. Operazioni elementari sulle righe di una matrice e algoritmo di riduzione a scala di una matrice quadrata. Determinanti, regola di Laplace, proprietà notevoli. Matrici invertibili. Inversa di una matrice non singolare. Rango di una matrice.

Sistemi di equazioni lineari, generalità e metodi di risoluzione di Cramer e di Gauss-Jordan.

Polinomio caratteristico, autovalori e autovettori di una matrice quadrata. Diagonalizzazione di una matrice quadrata.

Geometria analitica nel piano e nello spazio: vettori applicati nel piano e nello spazio; riferimenti affini; equazioni vettoriali, parametriche e cartesiane di rette e piani; condizioni di parallelismo e di incidenza; distanza tra due punti del piano; l'equazione della circonferenza.

Il linguaggio formale della logica proposizionale: alfabeto, proposizioni atomiche e connettivi logici; sintassi e formule ben formate. La semantica del calcolo proposizionale: interpretazioni, tavole di verità, formule soddisfacibili, tautologie, contraddizioni. Deduzione semantica. Teorema di compattezza. Equivalenza semantica. Completezza funzionale. Forme normali congiuntive e disgiuntive. Cenni di logica dei predicati.

**Testi consigliati:**

C. Delizia, P. Longobardi, M. Maj, C. Nicotera, *Matematica discreta*, McGraw-Hill, Milano, 2009;

F. Bottacin, *Appunti di Logica Matematica*,

disponibili in rete all'indirizzo <http://www.dmi.unisa.it/people/longobardi/www/Logica.pdf>

**e anche:**

A. Facchini, *Algebra e Matematica Discreta*, Decibel, Zanichelli, Padova-Bologna 2000;

M. Bianchi, A. Gillio, *Introduzione alla Matematica discreta*, McGraw-Hill, Milano, 2000;

M. Cerasoli, F. Eugeni, M. Protasi, *Elementi di Matematica Discreta*, Zanichelli, Bologna, 1988;

M. Abate, *Algebra Lineare*, McGraw-Hill, Milano, 2000;

E. Mendelson, *Introduzione alla Logica Matematica*, Bollati Boringhieri Editore, 2002.