

**Programma del corso di  
SEMIGRUPPI LIBERI E TEORIA DEI CODICI  
tenuto dalla Prof. Patrizia LONGOBARDI  
nell'anno accademico 2004–2005**

Semigrupperi, monoidi: definizioni, prime proprietà ed esempi. Minimo monoide contenente un dato semigruppero (o monoide di un semigruppero), minimo semigruppero con zero contenente un dato semigruppero. Sottosemigrupperi, sottosemigruppero generato da una parte. Congruenze in un semigruppero, semigrupperi quoziente. Omomorfismi di semigrupperi, proprietà, teoremi relativi. Ideali, ideali sinistri, ideali destri. Ideale (sinistro, destro) generato da una parte. Esempi.

Immersione di un semigruppero in un semigruppero di applicazioni.

Relazioni di Rees, omomorfismi di Rees. Congruenze sintattiche, semigrupperi sintattici.

Il semigruppero  $A^+$  delle parole su un alfabeto  $A$ .

Il semigruppero delle relazioni in un insieme; chiusura transitiva di una relazione, relazione d'equivalenza generata da una relazione. Chiusura compatibile di una relazione in un semigruppero, congruenza da essa generata. Reticolo delle equivalenze in un insieme, reticolo delle congruenze di un semigruppero.

Sistemi di generatori e parti libere di un semigruppero. Base di un semigruppero libero, sua unicità. Proprietà universale dei semigrupperi liberi. Unicità a meno di isomorfismi del semigruppero libero con base di fissata cardinalità. Esistenza di epimorfismi di un qualunque semigruppero in opportuni semigrupperi liberi. Presentazioni di un semigruppero, semigrupperi finitamente presentati.

Semigrupperi ciclici (o monogenici). Elementi periodici di un semigruppero, indice e periodo di un semigruppero ciclico finito, ordine di un elemento periodico. Semigrupperi periodici.

Semigrupperi liberi commutativi.

Monoidi, sottomonoidi, omomorfismi di monoidi.

Il monoide  $A^*$  delle parole su un alfabeto  $A$ .

Monoidi liberi, proprietà, esempi. Presentazioni di un monoide.

Il monoide biciclico, sua presentazione, sue proprietà.

Monoidi cancellativi, monoidi conici, monoidi equidivisibili. Sottomonoidi stabili di un monoide. Caratterizzazioni dei monoidi liberi.

Codici, esempi.

Inviluppo libero di un sottoinsieme del monoide  $A^*$ . Teorema del difetto.

Fattori, fattori sinistri, fattori destri di una parola. Parole palindrome. Parole primitive. Parole coniugate. Esistenza e unicità di una parola primitiva di cui è potenza una parola non vuota. Numero delle classi di coniugio delle parole primitive di fissata lunghezza su un alfabeto finito. Ordine lexicografico. Parole di Lyndon. Parole prive di bordo. Parole libere da quadrati. Cenni sulle parole infinite e sulle parole di Thue-Morse.

Ordine prefisso nel monoide  $A^*$ , rappresentazione letterale di  $A^*$ .

Insiemi prefissi, suffissi, biprefissi (o bifissi). Codici prefissi, suffissi, biprefissi (o bifissi). Monoidi debolmente unitari, unitari a sinistra, a destra, biunitari. Codici massimali, proprietà.

Semianelli, semianello booleano. Serie formali su un alfabeto a valori in un semianello. Serie caratteristica di un sottoinsieme del monoide  $A^*$ .

Misura (o distribuzione di Bernoulli) in  $A^*$ , misura uniforme su un alfabeto finito, proprietà. Diseguaglianza di Kraft-McMillan.

Algoritmo di Sardinas-Patterson.

### Testi consigliati

**J. Berstel, D. Perrin**, *Theory of Codes*, Academic Press, London, 1985;

**J. M. Howie**, *An Introduction to Semigroup Theory*, Academic Press, London, 1976;

**J. M. Howie**, *Fundamentals of Semigroup Theory*, Clarendon Press, Oxford, 1995 (Reprinted 2003);

**G. Lallement**, *Semigroups and Combinatorial Properties*, Wiley , New York, 1979;

**M. Lothaire**, *Combinatorics on Words*, Addison-Wesley , Reading, 1983;

e inoltre

**P. M. Cohn**, *Algebra II ed. vol. 2*, Wiley , New York, 1989;

**R. Lidl, G. Pilz**, *Applied Abstract Algebra*, Springer-Verlag, New York - Berlin, 1984;

**M. Lothaire**, *Algebraic Combinatorics on Words*, Cambridge University Press, 2002.